2-АПТА.

ҚАРАПАЙЫМ РАЦИОНАЛ БӨЛШЕКТЕР ЖӘНЕ ОЛАРДЫ ИНТЕГРАЛДАУ.

МЫСАЛ №1.

$$\int \frac{dt}{(x^2+1)^2} = \int \frac{(x^2+1)-x^2}{(x^2+1)^2}dx = \int \left(\frac{1}{x^2+1} - \frac{x^2}{(x^2+1)^2} \right) dx = arctgx \ - \frac{1}{2}\int \frac{xd\,(x^2+1)}{(x^2+1)^2} =$$

$$= arctgx + \frac{1}{2}\int xd\left(\frac{1}{x^2+1}\right) = \left| u = x, v = \frac{1}{x^2+1} \right| = arctgx + \frac{1 \cdot x}{2(x^2+1)} - \frac{1}{2}\int \frac{dx}{x^2+1} =$$

$$= arctgx + \frac{x}{2(x^2+1)} - \frac{1}{2}arctgx + C = \frac{1}{2}arctgx + \frac{x}{2(x^2+1)} + C$$

МЫСАЛ №2.

$\frac{x^2+2}{(x+1)^3(x-2)}$ бөлшегін қарапайым бөлшектерге жіктейік.

негізінде: $\frac{x^2+2}{(x+1)^3(x-2)} = \frac{A}{(x+1)^3} + \frac{A_1}{(x+1)^2} + \frac{A_2}{x+1} + \frac{B}{x-2}$ аламыз. Ортақ бөлімге келтіріп, алымдарын теңестірсек:

$$x^2+2 = A(x-2) + A_1(x+1)(x-2) + A_2(x+1)^2(x-2) + B(x+1)^2,$$

немесе $x^2+2 = (A_2+B)x^3 + (A_1+3B)x^2 + (A-A_1-3A_2+3B)x + (-2A-2A_1-2A_2+B).$

x^3, x^2, x^1, x^0 (бос мүше) коэффициенттерін теңестіре отырып, мынадай теңдеулер жүйесін аламыз: $0 = A_2 + B,$

$1 = A_1 + 3B,\ 0 = A - A_1 - 3A_2 + 3B,\ 2 = -2A - 2A_1 - 2A_2 + B.$

Жүйені шешсек: $A = -1,\ A_1 = \frac{1}{3},\ A_2 = -\frac{2}{9},\ B = \frac{2}{9}$.

МЫСАЛ №3.

$$\frac{x}{(x^2+1)(x-1)}=\frac{Ax+B}{x^2+1}+\frac{C}{x-1}\Rightarrow x=(Ax+B)(x-1)+C(x^2+1)$$

$$x=1:\quad 1=2c\Rightarrow C=\frac{1}{2}$$

$$x=0:\quad 0=-B+C\Rightarrow B=\frac{1}{2}$$

x^2 -тың коэффиценттерін теңестірсек: $0=A+C\Rightarrow A=-\frac{1}{2}\Rightarrow$

$$\int\frac{xdx}{(x^2+1)(x-1)}=-\frac{1}{2}\int\frac{x-1}{x^2+1}dx+\frac{1}{2}\int\frac{dx}{x-1}=--\frac{1}{2}\int\frac{xdx}{x^2+1}+\frac{1}{2}\int\frac{dx}{x^2+1}+$$

$$+\frac{1}{2}\int\frac{dx}{x-1}=-\frac{1}{4}ln(x^2+1)+\frac{1}{2}arctgx+\frac{1}{2}ln|x-1|+c.$$

Жоғарыдағы айтылғандардан, біз кез келген рационал функцияның элементар функциялар арқылы интегралданатынын анықтадық.